I. kolo kategorie Z8

Z8–I–1

Klasická hrací kostka má na svých stěnách tečky v počtech od 1 do 6 tak, že součet teček na každých dvou protilehlých stěnách je sedm. Tři kamarádky si rozdělily 24 stejných hracích kostek a každá ze svých osmi kostek slepila kvádr či krychli. Žádné dva z těchto tří útvarů neměly stejné rozměry a každý byl slepen tak, aby součet teček na jeho povrchu byl co největší.

Jaké součty teček mohly kamarádky dostat? (*M. Macko*)

Z8–I–2

Najděte všechny dvojice kladných celých čísel a a b s následujícími vlastnostmi:

- obě čísla a a b jsou menší než 50,
- součin $a \cdot b$ je dělitelný 11, ale součet $a + b$ není dělitelný 11,
- součin $a \cdot b$ je dělitelný 17, ale součet $a + b$ není dělitelný 17,
- jak součin $a \cdot b$, tak součet $a + b$ jsou dělitelné 2.

(*E. Semerádová*)

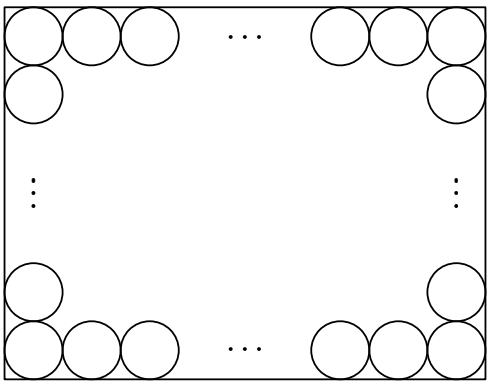
Z8–I–3

Alfons poskládal 56 kruhových etiket s poloměry 4 cm na stůl ve tvaru obdélníku tak, že platilo:

- každé strany stolu se dotýkala nějaká etiketa,
- rohové etikety se dotýkaly dvou stran stolu,
- ostatní etikety se dotýkaly jedné strany stolu,
- sousední etikety se dotýkaly navzájem.

Na druhý stůl stejných rozměrů začal skládat kruhové etikety s poloměry 3 cm a snažil se dodržet všechny podmínky ze stolu prvního. Po uložení celé řady podél jedné strany zjistil, že použil o 6 etiket více než podél stejné strany na prvním stole.

Zjistěte rozměry stolu. (*M. Macko*)



Z8–I–4

V prvním ročníku naší školy jsou dvě třídy — 1. A a 1. B. V 1. A je o polovinu více chlapců než v 1. B, o čtvrtinu více děvčat než v 1. B a celkově o třetinu více žáků než v 1. B.

Jakou část všech žáků prvního ročníku tvoří děvčata? (*J. Tkadlec*)

Z8–I–5

Honza, Mikuláš a Víťa si vytyčili cyklokrosový okruh. Honza odstartoval závod Mikuláše a Víti na 12 okruhů. Když Mikuláš poprvé projížděl kolem Honzy, vydal se Honza v protisměru naproti Víťovi, který byl pozadu. Honza ušel 150 metrů, než Víťu potkal. V tom okamžiku měl Víťa zdolánu čtrnáctinu celkové délky závodu.

Kolik metrů měřil jeden okruh? (*L. Dedková*)

Z8–I–6

Jsou dány body X, Y a úsečka PQ jako na obrázku. Sestrojte čtverec $ABCD$ tak, aby platilo:

- poloměr kružnice opsané trojúhelníku BCD je roven délce úsečky PQ,
- bod X leží na úhlopříčce BD a bod Y leží na úhlopříčce AC,
- body X a Y jsou souměrné podle osy rovnoběžné s přímkou AB.

Popište a zdůvodněte svoji konstrukci. (*M. Janičová*)

